

Relative Hochpunkte - Definition und Eigenschaften



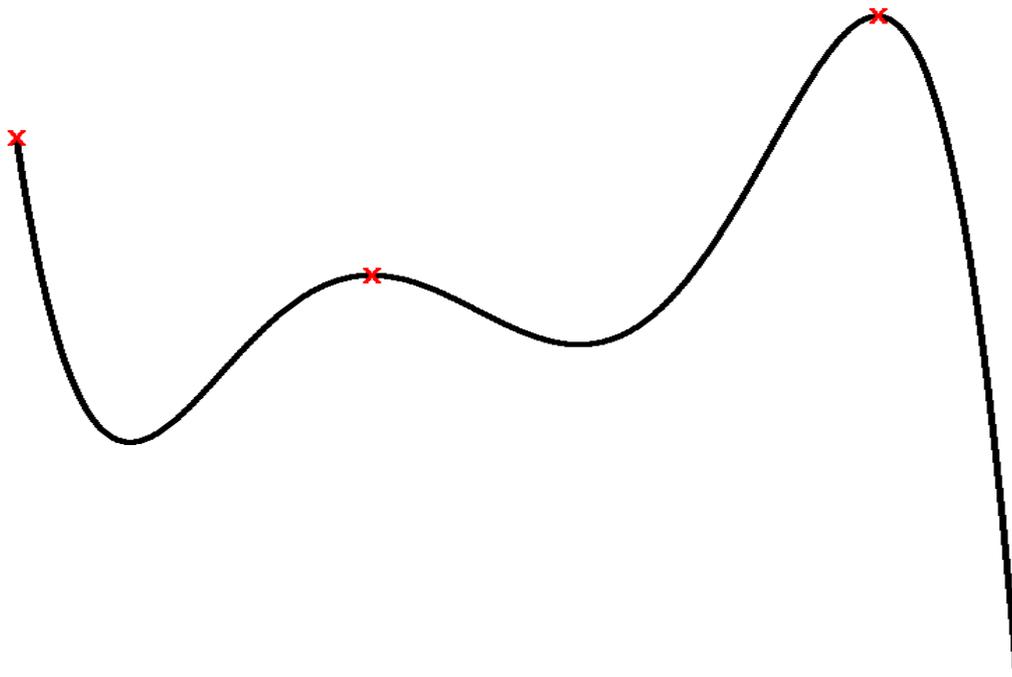
Was versteht man unter einem **relativen (oder lokalen) Hochpunkt einer Funktion bzw. eines Funktionsgraphen?**

Gegeben sei eine Funktion f durch den Funktionsterm $f(x)$ und die Definitionsmenge D_f , ihr Graph sei G_f .

Ein Punkt $H(x_H | y_H)$ heißt **relativer (oder lokaler) Hochpunkt der Funktion f bzw. des Graphen G_f** , wenn der y -Wert y_H des Punktes H größer ist als die y -Werte der Punkte von G_f in einer Umgebung von H , kurz:

$$H(x_H | y_H) \text{ ist relativer Hochpunkt von } f \Leftrightarrow \text{für alle } x \in U(x_H) \text{ gilt } f(x) < f(x_H)$$

Man bezeichnet den y -Wert y_H eines relativen Hochpunktes als **relatives (oder lokales) Maximum der Funktion f** und den x -Wert x_H als **Stelle des relativen (oder lokalen) Maximums der Funktion f** .





Welche Eigenschaften haben relative (oder lokale) Hochpunkte, die im Inneren (d.h. nicht am Rand) des Definitionsbereichs einer Funktion liegen?

Gegeben sei eine Funktion f durch den Funktionsterm $f(x)$ und die Definitionsmenge D_f , ihr Graph sei G_f und der Punkt $H(x_H | y_H)$ sei ein relativer Hochpunkt der Funktion f , der nicht am Rand des Definitionsbereichs liegt.

Dann gilt für den Punkt $H(x_H | y_H)$ bzw. dessen x -Wert x_H :

- Im Punkt H hat der Graph G_f eine horizontale Tangente, d.h. die Momentansteigung / 1.Ableitung der Funktion f an der Stelle x_H hat den Wert 0, kurz

$$f'(x_H) = 0$$

- In einer Umgebung „links“ vom Punkt H steigt der Graph G_f , in einer Umgebung „rechts“ vom Punkt H fällt der Graph G_f , d.h. die Momentansteigung / 1.Ableitung der Funktion f ist für Stellen $x < x_H$ positiv und für Stellen $x_H < x$ negativ, kurz

$$\begin{array}{l} \text{für } x \in U(x_H) \text{ und } x < x_H \text{ gilt : } f'(x) > 0, \\ \text{für } x \in U(x_H) \text{ und } x_H < x \text{ gilt : } f'(x) < 0 \end{array}$$

- In einer Umgebung vom Punkt H ist der Graph G_f rechtsgekrümmt, d.h. die Krümmung / 2.Ableitung der Funktion f in einer Umgebung der Stelle x_H (evtl. mit Ausnahme der Stelle x_H selbst, siehe Bemerkung unten) ist negativ, kurz

$$\text{für } x \in U(x_H) \text{ gilt : } f''(x) \leq 0$$

Bemerkung: In einzelnen Sonderfällen kann es vorkommen, dass der Graph G_f im Punkt H selbst gerade verläuft, d.h. dass die Krümmung / 2.Ableitung der Funktion f an der Stelle x_H selbst den Wert 0 hat.