Kurvendiskussion mit Ganzrationalen Funktionen I - Verlauf einer Grippeepidemie - Lösung

$A(t) := \frac{1}{80}\cdot\left(t^4 - 600\cdot t^3 + 33600\cdot t^2 + 640000\cdot t\right)$ "Done"

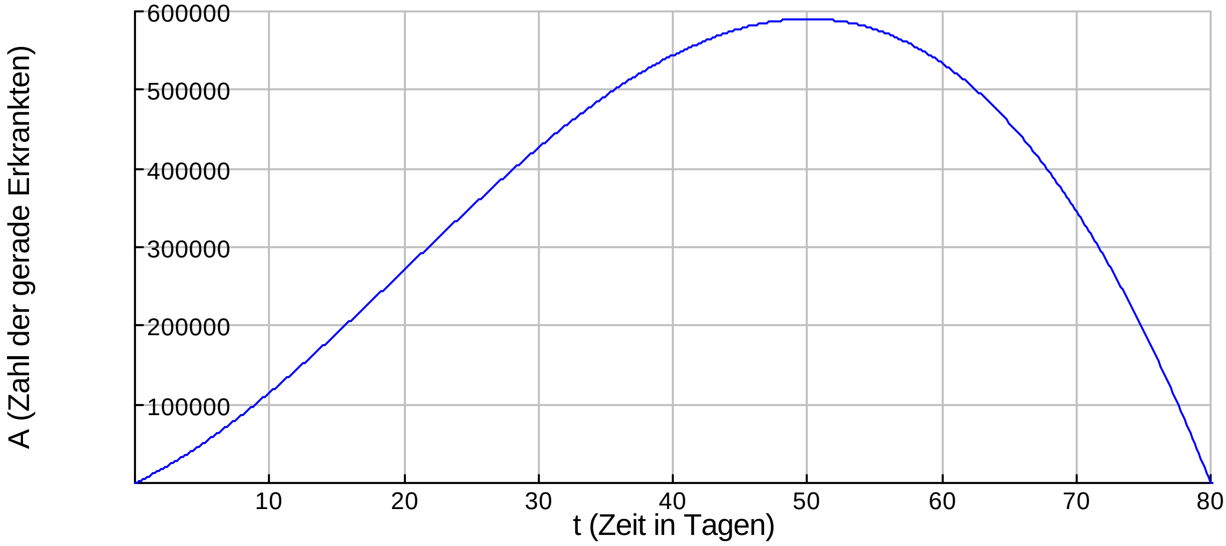
Bestimmen der Ableitungen

$\frac{d}{dt}(A(t))$ $\quad \frac{t^3}{20} - \frac{45\cdot t^2}{2} + 840\cdot t + 8000$ $\quad As(t) := \frac{d}{dt}(A(t))$ "Done"

$\frac{d^2}{dt^2}(A(t))$ $\quad \frac{3\cdot t^2}{20} - 45\cdot t + 840$ $\quad Ass(t) := \frac{d^2}{dt^2}(A(t))$ "Done"

$\frac{d^3}{dt^3}(A(t))$ $\quad \frac{3\cdot t}{10} - 45$ $\quad Asss(t) := \frac{d^3}{dt^3}(A(t))$ "Done"

a) Eigene Lösung



b) Zu berechnen ist entweder die Differenz der Werte der Ausgangsfunktion an den Stellen 1 und 0

$A(1.) - A(0.)$ $\quad 8412.51$

oder aber der Wert der ersten Ableitung A'(t) an der Stelle 0

$As(0)$ $\quad 8000$

c) Zu berechnen ist der Wert der Ausgangsfunktion A(t) an der Stelle 10

$A(10)$ $\quad 114625$

d) Die Änderungsrate der Erkrankten am 15.Tag (ÄR(15)) ist die Differenz der Zahl der am 15. Tag neu erkrankten (NE(15)) und der am 15. Tag wieder gesund werdenden (GW(15)). Die Zahl der am 15.Tag gesund werdenden ist aber wegen der 10 Tage dauernden Krankheit und der Tatsache, dass am 5. Tag nur Neuerkrankungen auftreten genau die Zahl der am 5.Tag neu erkrankenden und damit der Änderungsrate am 5.Tag (NE(5)=ÄR(5)), also ÄR(15)=NE(15)-GW(15)=NE(15)-NE(5)=NE(15)-ÄR(5) und damit NE(15)=ÄR(15)+AR(5).

Zu berechnen ist also entweder der Term (vgl. die Lösung von Aufgabenteil **b)**)

$(A(16.) - A(15.)) + (A(6) - A(5))$ 27744.8

oder aber die Summe der Werte der ersten Ableitung an den Stellen 15 und 5

$\text{As}(15.) + \text{As}(5.)$ 27350.

e) Zu berechnen sind die Wendestellen des Graphen

$\text{solve}(\text{Ass}(t) = 0, t)$ $t = 280$ or $t = 20$

$\text{Asss}(280)$ 39 $\text{Asss}(20)$ -39

Sinnvoll ist hier die Lösung 20.
Damit ist zu berechnen entweder der Wert der ersten Ableitung A'(t) an der Stelle 20

$\text{As}(20)$ 16200

oder aber die Differenz der Werte der Ausgangsfunktion A(t) an den Stellen 21 und 20

$A(21.) - A(20.)$ 16193.5

f) Zu berechen sind die Koordinaten des Hochpunktes des Graphen

$\text{solve}(\text{As}(t) = 0, t)$ $t = 40\cdot(3\sqrt{3} + 5)$ or $t = -40\cdot(3\sqrt{3} - 5)$ or $t = 50$

$\text{Ass}(50)$ -1035 $\text{Ass}(40.\cdot(3\sqrt{3} + 5))$ 7437.69 $\text{Ass}(-40.\cdot(3\sqrt{3} - 5))$ 1202.31

$A(50)$ 590625

g) Dies ist nur eine andere Formulierung der Aufgabenstellung aus Aufgabenteil **f)**

h) Zu berechnen sind die Lösungen der Gleichung A(t)=534000

$\text{solve}(A(t) = 534000, t)$ $t = 535.273$ or $t = 60$ or $t = 38.9113$ or $t = -34.1845$

Sinnvoll im Sinne der Sachaufgabe ist die Lösung 60.

i) Zu berechnen ist entweder die Differenz der Werte der Ausgangsfunktion an den Stellen 71 und 70

$A(71.) - A(70.)$ -27091.5

oder aber der Wert der ersten Ableitung A'(t) an der Stelle 70

$\text{As}(70)$ -26300

j) Zu berechnen sind die Nullstellen der Ausgangsfunktion A(t)

$\text{solve}(A(t) = 0, t)$ $\quad t = 20\cdot(3\sqrt{21} + 13) \text{ or } t = -20\cdot(3\sqrt{21} - 13) \text{ or } t = 80 \text{ or } t = 0$

Sinnvoll im Sinne der Sachaufgabe ist die Lösung 80.

k) Zu berechnen ist z.B. der prozentuale Unterschied der am 15. Tag Erkrankten zwischen der neuen und der untersuchten Grippeepidemie

$\frac{340500.}{A(15)}$ $\quad 1.7938$

und mit diesem Prozentsatz die Hochrechnung des zum Zeitpunkt 50 angenommenen relativen Maximums der Zahl der Erkrankten von der untersuchten auf die neue Grippeepidemie

$A(50)\cdot 1.7938$ $\quad 1059463.125$