

Geraden in Parameterform - Gerade aus zwei Punkten - Grundwissen



Wie bestimmt man die Gleichung einer Geraden g in Parameterform, wenn diese Gerade

- durch einen Punkt P und
- durch einen Punkt Q verlaufen soll?

1. Setze den zu einem der beiden Punkte, z.B. zum Punkt P (möglich ist auch den zum Punkt Q) zugehöriger Ortsvektor \vec{p} als Stützvektor der Geraden.
2. Berechne den freien Vektor $\vec{u} = \vec{q} - \vec{p}$ (möglich ist auch $\vec{u} = \vec{p} - \vec{q}$) und setze diesen freien Vektor \vec{u} als Richtungsvektor der Geraden.

Dann lautet die Vektorgleichung der Geraden g in Parameterform $g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$.

Beispiel: Gegeben sind die Punkte $P(1 | 3 | -2)$ und $Q(3 | -7 | 5)$.
Gesucht ist die Gleichung der Geraden in Parameterform, auf der die beiden Punkte liegen.

Lösung:

Die beiden Punkte werden beschrieben durch die Ortsvektoren $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Als Stützvektor nimmt man z.B. $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Dann berechnet man $\vec{u} = \vec{q} - \vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ -7-3 \\ 5-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 7 \end{pmatrix}$ und nimmt diesen Vektor als Richtungsvektor der Geraden.

Die Gleichung der Geraden g lautet dann: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 7 \end{pmatrix}$.