

## Skalarprodukt - Betrag eines Vektors - Grundwissen

**Definition: Betrag oder Länge eines Vektors**

Sei  $\vec{u}$  ein Vektor.

Unter dem **Betrag**  $|\vec{u}|$  **des Vektors**  $\vec{u}$  (gelesen "Vektor u Betrag" oder "Betrag des Vektors u") versteht man die Maßzahl der Länge eines Pfeils, der den Vektor repräsentiert. Der Betrag eines Vektors ist demnach eine reine Zahl und keine aus Maßzahl und Maßeinheit zusammengesetzte Größe.

**Satz: Berechnung des Betrages eines Vektors mit dem Skalarprodukt**

Sei  $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$  ein Vektor.

Dann gilt (nach dem Satz des PYTHAGORAS der elementaren Geometrie)

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} * \vec{u}} = \sqrt{u_1 \cdot u_1 + u_2 \cdot u_2 + u_3 \cdot u_3} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}.$$

**Beispiel:** Berechne den Betrag des Vektors  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

**Lösung:**  $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} * \vec{u}} = \sqrt{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}} = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$