Name: **Datum:**

Kreis - Lagebeziehung Kreis - Gerade - Grundwissen

Gegeben seien ein Kreis k durch die Gleichung $k:(x-x_M)^2+(y-y_M)^2=r^2$ und eine Gerade g durch die Gleichung $g: y=m\cdot x+n$.

Wie können der Kreis k und die Gerade g zueinander liegen?

a) Die Gerade schneidet den Kreis in zwei Punkten, sie ist **Sekante** des Kreises.

b) Die Gerade berührt den Kreis in einem Punkt, sie ist **Tangente** des Kreises.

c) Die Gerade schneidet den Kreis nicht, sie ist **Passante** des Kreises.

Wie kann man bestimmen, wie der Kreis k und die Gerade g zueinander liegen

Man untersucht, ob der Kreis k und die Gerade g gemeinsame Punkte mit gemeinsamen Koordinaten $(x\,|\,y)$ besitzen. Da insbesondere an den gemeinsamen Punkten die y-Koordinaten gleich sein müssen, setzt man den Term $m\cdot x+n$ der Gerade für die Variable y in die Gleichung $(x-x_M)^2+(y-y_M)^2=r^2$ des Kreises ein und bestimmt die Lösungsmenge der Quadratischen Gleichung $\boxed{(x-x_M)^2+([m\cdot x+n]-y_M)^2=r^2}$ für die Variable x. Wenn die Gleichung ...

a) ... zwei Lösungen hat, dann schneidet die Gerade den Kreis in zwei Schnittpunkten und man kann

- die **Schnittpunkte** S_1 und S_2
- die **Länge** $|\overline{S_1S_2}|$ **der Sekante** $\overline{S_1S_2}$

von Kreis und Gerade berechnen.

b) ... genau eine Lösung hat, dann berührt die Gerade den Kreis in einem Berührpunkt und man kann

- den **Berührpunkt** B

von Kreis und Gerade berechnen.

c) ... keine Lösung hat, dann schneidet die Gerade den Kreis nicht und man kann

- **den Abstand** d

von Gerade und Kreis berechnen.

Beispiele:

a) $k:(x-2)^2+(y-1)^2=25,\ \ g: y=-1\cdot x+10:$

Lösungsansatz und Rechnung:

$(x-2)^2+([-1\cdot x+10]-1)^2=25 \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x^2-11x+30=0 \Leftrightarrow (x-5)\cdot(x-6)=0\,;\ L=\{5;6\}$.

Die Gleichung hat zwei Lösungen, nämlich 5 und 6. Kreis und Gerade haben also zwei Schnittpunkte. Setzt man die zwei Lösungen für die Variable x in den Term der Geraden ein, so ergeben sich die y-Werte der Schnittpunkte: $y_1=-1\cdot 5+10=5$, also $S_1(5\,|\,5)$ sowie $y_2=-1\cdot 6+10=4$, also $S_2(6\,|\,4)$.

b) $k:(x-2)^2+(y-1)^2=25,\ \ g: y=-\frac{4}{3}\cdot x+12:$

Lösungsansatz und Rechnung:

$(x-2)^2+([-\frac{4}{3}\cdot x+12]-1)^2=25 \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x^2-36=0 \Leftrightarrow (x-6)^2=0\,;\ L=\{6\}$.

Die Gleichung hat genau eine Lösung, nämlich 6. Kreis und Gerade haben also einen Berührpunkt. Setzt man die Lösung für die Variable x in den Term der Geraden ein, so ergibt sich der y-Wert des Berührpunktes: $y=-\frac{4}{3}\cdot 6+12=4$, also $B(6\,|\,4)$.

c) $k:(x-2)^2+(y-1)^2=25,\ \ g: y=x+8:$

Lösungsansatz und Rechnung:

$(x-2)^2+([x+8]-1)^2=25 \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x^2+5x+14=0\,;\ L=\{\ \}$.

Die Gleichung hat keine Lösung. Kreis und Gerade haben also keinen gemeinsamen Punkt.

