Name: **Datum:**

Lineare Funktionen - Zusammenfassung

Der Zusammenhang zwischen zwei Zahlen oder Größen, die in der Mathematik meist mit x und y, in Anwendungsaufgaben aber mit anderen Buchstaben bezeichnet werden, wird genau dann durch eine **Lineare Funktion** beschrieben, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

Für den Funktionsterm y(x) einer Linearen Funktion gilt:

Der Funktionsterm $y(x)$ kann in der Form $\boxed{y(x) = m \cdot x + n}$ geschrieben werden mit zwei Zahlen oder Zahlen mit Einheiten, und zwar zum einem dem sogenannten **Steigungsfaktor**, der meist mit **m** bezeichnet wird, und zum anderen dem sogenannten **Ordinatenabschnitt**, der meist mit **n** bezeichnet wird.

Beispiele: $y(x) = 3 \cdot x + 2$, also $m = 3$ und $n = 2$;

$y(x) = -\frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{3}$, also $m = -\frac{2}{3}$ und $n = -\frac{1}{3}$;

$l(M) = \frac{1}{3} \frac{m}{kg} \cdot M + 0{,}2m$, also $m = \frac{1}{3} \frac{m}{kg}$ und $n = 0{,}2m$;

$P(s) = 1{,}05 \frac{€}{km} \cdot s + 2{,}40€$, also $m = 1{,}05 \frac{€}{km}$ und $n = 2{,}40€$

Für die Wertetabelle einer Linearen Funktion gilt:

Für alle Paare von Wertepaaren $(x_1 \mid y_1)$ und $(x_2 \mid y_2)$ gilt: $\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m}$, d.h. die Quotienten der Differenzen aus y-Werten und x-Werten haben immer den selben Wert. Dieser Wert ist gerade der **Steigungsfaktor m**.

Beispiele:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-4	-1	2	5	8	11

$\frac{-4-(-7)}{-2-(-3)} = \frac{3}{1} = 3$; $\frac{2-(-1)}{0-(-1)} = \frac{3}{1} = 3$; $\frac{11-5}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$; hier ist also $m = 3$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$1\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1	$-1\frac{2}{3}$	$-2\frac{1}{3}$

$\frac{1-(1\frac{2}{3})}{-2-(-3)} = \frac{-\frac{2}{3}}{1} = -\frac{2}{3}$; $\frac{-\frac{1}{3}-(\frac{1}{3})}{0-(-1)} = \frac{-\frac{2}{3}}{1} = -\frac{2}{3}$; $\frac{-2\frac{1}{3}-(-1)}{3-1} = \frac{-1\frac{1}{3}}{2} = -\frac{2}{3}$; hier also $m = -\frac{2}{3}$.

M in kg	0	0,3	0,6	1,5	3,0	4,5	6,0
l in m	0,2	0,3	0,5	0,7	1,2	1,7	2,2

$\frac{0{,}3m - 0{,}2m}{0{,}3kg - 0kg} = \frac{0{,}1m}{0{,}3kg} = \frac{1}{3} \frac{m}{kg}$; $\frac{2{,}2m - 1{,}2m}{6{,}0kg - 3{,}0kg} = \frac{1{,}0m}{3{,}0kg} = \frac{1}{3} \frac{m}{kg}$; hier ist also $m = \frac{1}{3} \frac{m}{kg}$.

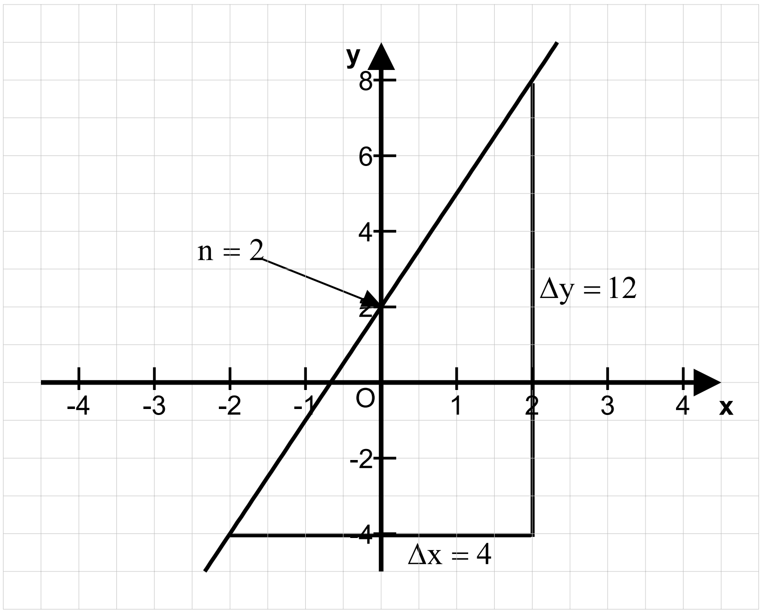
s in km	0	5	10	15	20	25	30
P in €	2,40	7,65	12,90	18,15	23,40	28,65	33,90

$\frac{7{,}65€ - 2{,}40€}{5km - 0km} = \frac{5{,}25€}{5km} = 1{,}05 \frac{€}{km}$; $\frac{33{,}90€ - 23{,}40€}{30km - 20km} = \frac{10{,}50€}{10km} = 1{,}05 \frac{€}{km}$; also $m = 1{,}05 \frac{€}{km}$.

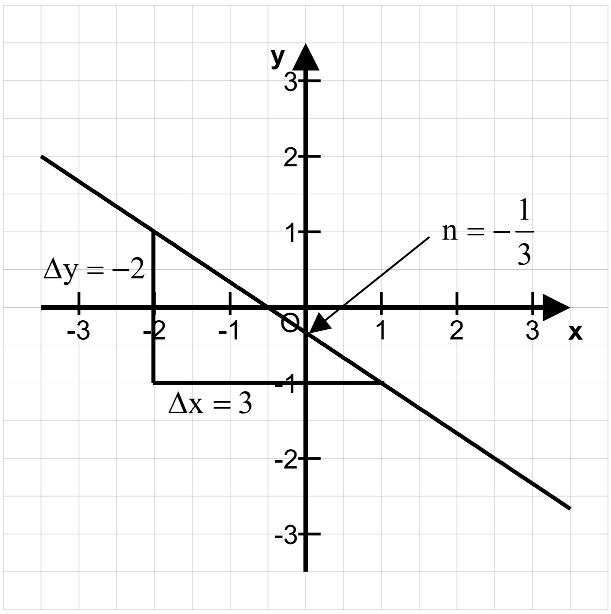
Für den Funktionsgraph einer Linearen Funktion gilt:

Der Funktionsgraph ist eine **Gerade**. Der Steigungsfaktor dieser Geraden, d.h. das Verhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ der Änderung der y-Werte zur entsprechenden Änderung der x-Werte, ist in allen Steigungsdreiecken gleich dem **Steigungsfaktor m**. Die Gerade schneidet die Ordinate am Wert des **Ordinatenabschnitts n.**

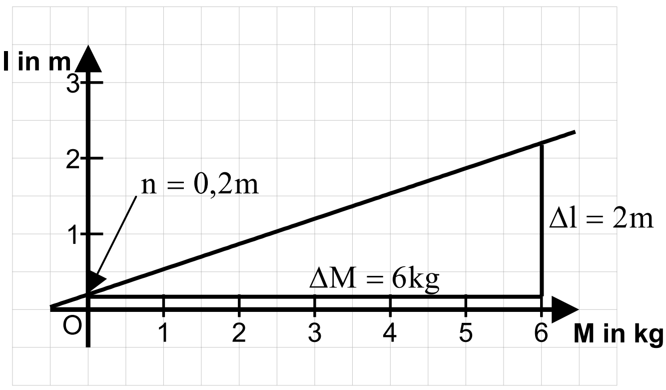
Beispiele:



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{4} = 3$$



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$



$$m = \frac{\Delta l}{\Delta M} = \frac{2m}{6kg} = \frac{1}{3}\frac{m}{kg}$$