

Extrempunkte und Wendepunkte mit dem GTR

Extrempunkte

Wir bestimmen als Beispiel den Hochpunkt des Schaubilds der Funktion f :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 7.$$

Gib als Funktion Y1 die Funktion f ein. Wenn die Lage des Hochpunkts (wie in unserem Beispiel) nicht aus der Aufgabenstellung hervorgeht, dann zeichne die Funktion mit ZStandard . Wenn die Lage des Hochpunkts aus der Aufgabenstellung hervorgeht, dann wähle geeignete Fenstervariablen. Rufe im CALCULATE -Menü den Befehl $4:\text{maximum}$ auf. Es erscheint die Eingabeaufforderung „Left Bound?“. Gib eine Zahl ein, die kleiner als der x -Wert des Hochpunkts ist (oder bringe den Cursor mit den Pfeiltasten an eine Stelle links von dem Hochpunkt) und drücke die ENTER -Taste; dabei springt der Cursor auf den Punkt des Schaubilds mit diesem x -Wert.

Jetzt erscheint die Eingabeaufforderung „Right Bound?“. Gib eine Zahl ein, die größer als der x -Wert des Hochpunkts ist (oder bringe den Cursor mit den Pfeiltasten an eine Stelle rechts von dem Hochpunkt) und drücke die ENTER -Taste; wieder springt der Cursor auf den Punkt des Schaubilds mit diesem x -Wert.

Nun erscheint die Eingabeaufforderung „Guess?“, und man kann einen Schätzwert für den x -Wert des Hochpunkts eingeben. Voreingestellt ist der x -Wert der momentanen Cursorposition, also die rechte Grenze des Bereichs, in dem der Hochpunkt gesucht wird. Man kann einen anderen Schätzwert eingeben, indem man die gewünschte Zahl eingibt (oder indem man den Cursor mit den Pfeiltasten auf einen Punkt mit dem gewünschten x -Wert bringt) und die ENTER -Taste drückt. Enthält der ausgewählte Bereich nur *einen* Hochpunkt, dann spielt der Schätzwert keine Rolle, und man kann einfach die ENTER -Taste drücken.

Der Cursor springt auf den Hochpunkt, und man erhält Näherungswerte für den x -Wert und den y -Wert des Hochpunkts.

Wechselt man ins Hauptmenü, dann stehen diese Werte mit $\overline{\text{ALPHA}} [X]$ bzw. $\overline{\text{ALPHA}} [Y]$ zur Verfügung. Teste dies.

Aufgabe: Bestimme mit dem Befehl $3:\text{minimum}$ im CALCULATE -Menü den Tiefpunkt des Schaubilds.

Als weiteres Beispiel bestimmen wir den Scheitel der Normalparabel.

Zeichne das Schaubild der Funktion $f: f(x) = x^2$ und bestimme das Minimum im Intervall $[-1; 1]$; verwende dabei den vorgeschlagenen Schätzwert 1. Beachte, dass man mit dem GTR nicht die exakten Werte erhält.

Bemerkung: Wenn man bei der ersten Zeichnung des Schaubilds den Extrempunkt bzw. die Extrempunkte nicht klar erkennen kann, dann muss man (eventuell mehrfach) die Fenstervariablen ändern und das Schaubild erneut zeichnen.

Wendepunkte

Wendestellen bestimmt man mit dem GTR am einfachsten als Extremstellen der Ableitung. Wir bestimmen als Beispiel den Wendepunkt des Schaubilds der Funktion f :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 7.$$

- Gib als Funktion Y1 die Funktion f ein. Wenn die Lage des Wendepunkts (wie in unserem Beispiel) nicht aus der Aufgabenstellung hervorgeht, dann zeichne die Funktion mit ZStandard. Wenn die Lage des Wendepunkts aus der Aufgabenstellung hervorgeht, dann wähle geeignete Fenstervariablen.
- Gib als Funktion Y2 die Ableitung f' ein, also $Y2 = nDeriv(Y1, X, X)$.
- Deaktiviere die Funktion Y1.
- Bestimme mit minimum die Extremstelle von Y2, also die Extremstelle der Ableitung. Man erhält näherungsweise den Wert 3. Diese Extremstelle der Ableitung ist die gesuchte Wendestelle. Wechsle ins Hauptmenü und speichere sie mit $\boxed{\text{ALPHA}} [X] \boxed{\text{STO}} \rightarrow \boxed{\text{ALPHA}} [U]$ als Variable u .
- Aktiviere die Funktion Y1 und deaktiviere die Funktion Y2. Bestimme mit TRACE und $\boxed{\text{ALPHA}} [U]$ den Funktionswert an der Stelle u , also an der Wendestelle. Man erhält näherungsweise den Wert 4, und der Cursor befindet sich auf dem Wendepunkt.

Aufgabe mit Lösung

Bestimme die Extrempunkte und die Wendepunkte des Schaubilds der Funktion f :

$$f(x) = 2x^4 + 7x^3 + 5x^2.$$

Lösung

Extrempunkte: GTR: Tiefpunkte $T_1(-2 | -4)$; $T_2(0 | 0)$; Hochpunkt $H(-0,62 | 0,55)$

Wendepunkte: GTR: $W_1(-1,47 | -2,07)$; $W_2(-0,28 | 0,26)$

Bemerkung: Es muss nicht angegeben werden, wie man mit dem GTR Extrempunkte bzw. Wendepunkte bestimmt.